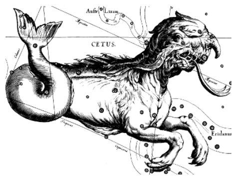


Районный этап Всероссийской олимпиады по астрономии Санкт-Петербург

2018

21 ноября

---

11 класс

---

1. Концентрация вещества в гигантском молекулярном облаке межзвездной среды 3×10^2 см$^{-3}$, а температура вещества облака 10 K. Оцените концентрацию вещества межзвездной среды в межоблачном пространстве рядом с облаком, если известно, что его температура составляет $\sim 10^4$ K.

Решение:

Гигантское молекулярное облако (ГМО) будет стабильным в том случае, если давление вещества внутри облака совпадает с давлением внешней среды. Действительно, если давление в облаке больше, то оно будет расширяться, а если меньше — сжиматься. Газ и в ГМО, и вне его имеет очень низкую плотность, его можно считать идеальным, поэтому выразим давления вещества облака и внешней среды через соответствующие концентрации $n_{\text{ГМО}}$, n_0 и температуры $T_{\text{ГМО}}$, T_0, приравняем их и отсюда найдем ответ:

$$n_{\text{ГМО}}\, kT_{\text{ГМО}} = n_0\, kT_0,$$

откуда

$$n_0 = n_{\text{ГМО}} \frac{T_{\text{ГМО}}}{T_0} = 3 \times 10^2 \frac{10}{10^4} = 3 \times 10^{-1} \text{ см}^{-3}.$$

П.А.Тараканов

2. Эллиптическая галактика M49 имеет угловые размеры $10' \times 8'$. Ее средняя поверхностная яркость равна 13^m с квадратной минуты. Расстояние до M49 равно 16 Мпк. Определите абсолютную звездную величину галактики, пренебрегая поглощением света.

Решение:

Поскольку галактика эллиптическая, ее форма на небе — эллипс. Найдем ее площадь (с учетом того, что в условии даны большая и малая оси): $S = \pi \times 5' \times 4' = 63\ \square'$ (обозначим так квадратные минуты). Учитывая поверхностную яркость $m_0 = 13^m/\square'$, найдем видимую звездную величину галактики по формуле Погсона:

$$m - m_0 = -2.5 \lg \frac{E}{E_0} = -2.5 \lg \frac{SE_0}{E_0} = -2.5 \lg S \qquad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \qquad m = 13^m - 2.5 \lg 63 = 13^m - 4.5^m = 8.5^m$$

По условию можно пренебречь поглощением света в нашей Галактике (для корректного учета этого фактора необходимо знать точное местоположение M49 относительно плоскости Млечного Пути), так что абсолютная звездная величина $M = m - 5 \lg r + 5 = 8.5^m - 5 \lg(16 \cdot 10^6) + 5^m = -22^m.5$.

Заметим, что можно сделать чуть более грубую оценку, если посчитать галактику прямоугольником (с площадью 80 $\square'$), галактика при этом откажется чуть ярче ($M = -22^m.8$).

В.В.Григорьев

3. 12 августа 2018 года был запущен космический зонд Parker Solar Probe, созданный для изучения Солнца. Планируется, что минимальная высота эллиптической орбиты зонда над фотосферой Солнца будет составлять всего 9 радиусов Солнца. Определите, когда аппарат должен в первый раз достичь перигелия своей орбиты, если считать, что после старта с Земли он движется по эллипсу Гомана.

Решение:

Эллипс Гомана — тракетория, которая (в данном случае) в апоцентре орбиты касается стартовой орбиты, а перицентре — конечной орбиты.

Поскольку радиус Солнца (и 10 радиусов Солнца) много меньше астрономической единицы, с хорошей точностью можно считать, что перицентрическое расстояние равно нулю. Поэтому рассмотрим движение по эллипсу с большой полуосью, равной 0.5 а.е., воспользовавшись III законом Кеплера (для упрощения вычислений желательно использовать систему единиц «годы–астрономические единицы»). Надо также не забыть, что нас интересует движение только до перицентра, поэтому время движения t в два раза меньше периода обращения по такой орбите. Вычисляем $t = \sqrt{0.5^3}/2 = 0.18$ года, что составляет 65–66 суток. Таким образом, это могло бы произойти 16–17 октября 2018 года.

В реальности же первое прохождение перигелия запланировано на 24 декабря 2024 года в связи с большим количеством гравитационных маневров у Венеры.

В.В.Григорьев

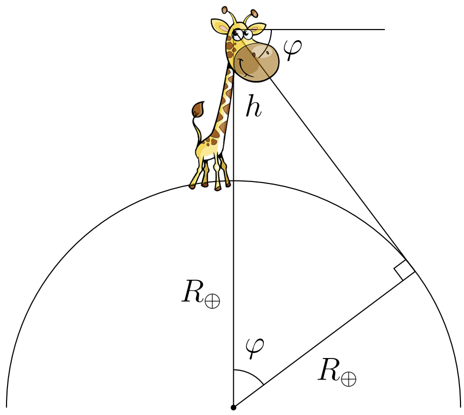
4. Процитируем анекдот:

> Звериная сходка в зоопарке.
>
> Лев: Вы опоздали. Было сказано, что встречаемся на закате.
>
> Жираф: Мне все еще видно солнце, коротышка.

Оцените время, на которое мог опоздать жираф на сходку, если известно, что зоопарк находится на широте Петербурга и сходка происходила в день осеннего равноденствия. Поскольку олимпиада не по биологии, сообщим также, что рост жирафов достигает 6 м.

Решение:

Нарисуем картинку (несколько утрированную), связывающую высоту жирафа h и угол φ, на который для жирафа понижается горизонт:



Заметим, что этот угол вычисляется так: $\cos\varphi = \frac{R_\oplus}{R_\oplus + h} = \frac{R_\oplus + h - h}{R_\oplus + h} \approx 1 - \frac{h}{R_\oplus}$. С учетом того, что угол φ очевидно мал, его косинус можно вычислить как $\cos\varphi \approx 1 - \frac{\varphi^2}{2}$. Приравниваем оба выражения и получаем:

$$\varphi = \sqrt{\frac{2h}{R_\oplus}},$$

где $R_\oplus$ — радиус Земли, составляющий примерно 6400 км, а угол выражен в радианах.

Дальнейший ход решения зависит от того, учитываем мы высоту льва или нет. Можно считать, что лев приблизительно плоский, но можно и оценить реальную высоту льва (она около $1-1.5$ метра) и вычислить понижение горизонта также для него. Начнем с первого, более простого случая.

Понижение горизонта для жирафа составит $\varphi = 0.0014$ радиана, что составляет примерно $5'$. Именно на такой угол должно опуститься Солнце на широте Петербурга (60°), пока жираф опаздывает на сходку. Солнце движется по небу с угловой скоростью 15° в час, но в Петербурге в день равноденствия заходит под углом $90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ к горизонту (при этом располагаясь на экваторе), поэтому под горизонт оно опускается с вдвое меньшей скоростью (синус 30° равен как раз 1/2). Следовательно, оно проходит $7^\circ.5 = 450'$ за час, и жираф опоздал на $5/450 = 1/90$ часа (т.е. на 40 секунд).

Если учесть, что лев все же был не плоским, то понижение горизонта для льва (высотой 1.5 м) будет в два раза меньше, чем у жирафа, что уменьшит итоговый ответ также в два раза — жираф опоздал на 20 секунд. Заметим, что именно такой мелочной придиркой, по-видимому, была вызвана резкая реакция жирафа.

Примечание. Анекдот вполне реален и позаимствован отсюда: *https://www.anekdot.ru/id/932789/*. Можно отметить, что сайт имеет определенное отношение к астрономии, поскольку его основатель — астрофизик по профессии.

П.А.Тараканов

5. Двойная звезда с компонентами, похожими на Солнце, находится на расстоянии 1 кпк от Солнца и имеет орбитальный период 22 тысячи лет. Орбита звезд круговая и лежит в картинной плоскости. Какой потребуется телескоп, если наблюдателю нужно увидеть данные звезды по отдельности?

Решение:

Определим угловое расстояние между компонентами двойной звезды. Радиус орбиты вычислим, зная период обращения и массы компонентов, из третьего закона Кеплера, считая единицей измерения расстояния астрономическую единицу, единицей времени — год и единицей массы — массу Солнца:

$$\frac{P^2}{a^3} = \frac{1}{2\mathfrak{M}/M_\odot} \Rightarrow a = \left(2 \cdot (2.2 \cdot 10^4)^2\right)^{1/3} \approx 10^3 \text{ а.е.}$$

Определим угловое расстояние между звездами: $\alpha = a/d = 10^3/(10^3 \cdot 2 \cdot 10^5) = 5 \cdot 10^{-6}$ рад или $1''$. Минимальный диаметр телескопа, с помощью которого можно будет разрешить звезду на два отдельных компонента, удовлетворяет равенству $\alpha = 1.22\lambda/D$, где λ — длина волны, на которой проводится наблюдение, D — диаметр объектива. Отсюда $D = 1.22 \cdot 5 \cdot 10^{-7}/(5 \cdot 10^{-6}) = 0.12$ м.

Теперь проверим, доступны ли для наблюдения на таком телескопе компоненты данной системы. Видимая звездная величина каждой из компонентов равна $m = M_\odot - 5 + 5\lg r = 4.8 - 5 + 5\lg 10^3 = 14.8$. Минимальный диаметр телескопа, проницающая сила которого позволит наблюдать такую звезду, определяется равенством $14.8 - 6 = 5\lg(D\ [\text{мм}]/5)$, отсюда $D = 10^{8.8/5} \cdot 5 \cdot 10^{=2}\ [\text{м}] \approx 0.29$ м. Таким образом, диаметр необходимого телескопа в данном случае определяется именно проницающей силой.

А.В.Веселова